

Федеральное агенство по образованию  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Южный федеральный университет»  
Факультет математики, механики и компьютерных наук

## РЕФЕРАТ

на тему: «Философия и методология работ Бурбаки»

Выполнил: аспирант первого года обучения  
Пеленицын А.М.

Ростов-на-Дону  
2010

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Рождение Никола Бурбаки</b>	<b>4</b>
1.1 Предпосылки . . . . .	4
1.2 Первые встречи (1934–1935): идея новой методологии . . . . .	6
1.3 Итоги 30-х . . . . .	7
<b>2 Жизнь и работа Никола Бурбаки: методологические принципы</b>	<b>10</b>
2.1 Участники и результаты . . . . .	10
2.2 Методология «сотрудников Бурбаки» . . . . .	11
2.3 Кризис использовавшегося метода . . . . .	13
2.4 Выход на пенсию . . . . .	14
<b>3 Философские основы работ Никола Бурбаки</b>	<b>16</b>
<b>Заключение: наследие Бурбаки</b>	<b>18</b>
<b>Список литературы</b>	<b>20</b>

## Введение

Никола Бурбаки — коллективный псевдоним группы (в основном) французских математиков XX века. Под этим именем, начиная с 1939 года, издавалась серия книг с общим названием «Éléments de mathématique», «Начала математики» или, как она печаталась на русском, «Элементы математики». Кроме того, с 1935 года и по сегодняшний день во Франции действует семинар Бурбаки (программу семинара за март 2010 года можно найти на официальном сайте «Association des amis de Nicolas Bourbaki», «Ассоциации сотрудников Никола Бурбаки» [13]), организованный той же группой, но на котором выступали многие известные математики прошедшего столетия, не входившие в неё.

В данной работе сделана попытка описать философию и методологию работ Бурбаки при помощи рассмотрения предпосылок образования группы и первоначальных целей, декларировавшихся создателями (глава 1), описания работы по созданию главного трактата (глава 2) и анализа оценок вклада Бурбаки в философские основы математики (глава 3). В заключении обсуждается вклад Бурбаки собственно в математику.

# 1 Рождение Никола Бурбаки

## 1.1 Предпосылки

В целом, возникновение Бурбаки было обусловлено неудовлетворенностью нескольких молодых (24–30 лет) и талантливых французских учёных положением дел в национальной науке в период между двумя мировыми войнами. Выделяют более общие, объективные и более частные, субъективные причины.

Объективные причины возникновения группы Бурбаки замечательно изложены человеком, внесшим, наверное, самый значительный вклад в работу группы за всю её историю — Жаном Дьёдонне [5] и состоят в следующем. После Первой мировой войны наука во Франции находилась в плачевном состоянии, в частности, из-за различного взгляда правительств воюющих стран (в данном случае, Франции и Германии) на роль ученых в этот период: «В то время как немцы заставляли своих ученых очень много работать над повышением военного потенциала, использовали их открытия и изобретения для того, чтобы применить в бою, французы, по крайней мере в самом начале и в течение одного-двух лет войны, в демократическом духе и в патриотическом порыве, который можно лишь уважать, считали, что все без исключения должны быть на передовой линии». Результат этого оказался таким: образовался «провал в одно поколение» между Дьёдонне с соратниками и математиками старшего поколения, Анри Леоном Лебегом, Эмилем Борелем, Жаком Адамаром.

Проблема провала в поколение была важным элементом мировоззрения Бурбаки. Этот факт хорошо отражён тем же Дьёдонне: «...неоспоримо, и это было во все времена, что 50-летний математик хорошо знает ту математику, которую он изучал в 20–30-летнем возрасте, но зачастую имеет несколько смутное представление о математике того времени, когда ему уже 50 лет». Отметив этот мировоззренческий момент, приведем слова другого почетного члена Бурбаки уже «второй волны» (пришедшего после Второй мировой), Армана Бореля, на этот счет, где антагонизм «отцов» и «детей» намечается уже более отчётливо [12]: «Грядущему поколению молодых математиков приходилось полагаться на руководство предыдущего, включая основных и прославленных протагонистов так называемой школы 1900-х с сильным акцентом на анализ. Мало информации было доступно о текущих разработках за рубежом, в частности, о цветущей Немецкой школе (Гёттинген, Гамбург, Берлин), как могли отметить некоторые молодые французские математики (Жак Хербрант, Клод Шевалле, Андре Вейль и Жан Лерей) во время своих поездок в эти центры».

Здесь мы встречаем второй важный момент, формировавший взгляды Бурбаки: влияние Немецкой школы, а также любопытную деталь, объединяющую разных ученых, вошедших в группу Бурбаки: многие из них имели возможность познакомиться с зарубежной наукой непосредственно. Происходило это в основном в период прохождения ими или сразу после окончания аспирантуры и сыграло исключительно плодотворную роль, позволив расширить кругозор молодых ученых

с традиционно стоявшей во главе угла во Франции теории функций до алгебраических, топологических, теоретико-множественных и аксиоматических методов [11]. Дьёдонне отмечает: «некоторые из нас, начиная с А. Вейля, затем Шевалле, побывавших за границей в Италии, Германии, Польше и других странах, заметили, что... Франция может оказаться в тупике. Мы продолжали бы, без сомнения, занимать блестящее положение в теории функций, но во всем остальном о французских математиках уже не говорили бы. Это противоречило бы многовековой традиции Франции, поскольку, начиная с Ферма и кончая Пуанкаре, крупнейшие французские математики пользовались репутацией универсальных математиков, способных хорошо работать в арифметике, алгебре, анализе и геометрии. Таким образом, мы начали с того, что узнали о столкновении идей, рождавшихся вне Франции, и многие из нас получили возможность учиться и видеть в каком состоянии там находится развитие науки». Обучение в одном из самых престижных высших учебных заведений, дававшем образование в области фундаментальных наук, Высшей нормальной школе Франции (École Normale Supérieure), было другим общим местом в биографии большинства отцов Бурбаки и, конечно, должно было также подтолкнуть к формированию схожих позиций по насущным проблемам развития французской науки.

Перейдем теперь к частным посылкам образования кружка Бурбаки, которые подведут непосредственно к этому событию. В 1934 году Андре Вейль и Анри Картан работали в Университете Страсбурга и были ответственны за курс дифференциального и интегрального исчисления [12]. Одним из самых распространенных учебников по анализу в то время был «Курс математического анализа» (Cours d'Analyse mathématique) Эдуарда Горса (Éduoard Goursat), который был создан до Первой мировой войны и, по мнению ученых, во-первых, требовал дополнения [12], а во-вторых, излагал материал в неудачном порядке: «За теоремой Коши следовала её же версия, принадлежащая Горса и с теоремой Стокса дело обстояло точно также» [11]. Более подробный пример с теоремой Стокса приводится в [18], где переданы рассуждения самого Картана. Теорема может быть сформулирована так:

$$\int_{\partial X} \omega = \int_X d\omega,$$

где  $\omega$  это дифференциальная форма,  $d\omega$  — её внешняя производная,  $X$  — область интегрирования и  $\partial X$  — граница  $X$ . Когда все рассматриваемые объекты гладкие, доказательство не вызывает затруднений, но важность этой теоремы в более общих областях интегрирования показала себя в знаменитой теореме де Рама, доказанной в 1931 в ответ на вопрос Эли Картана (отца Анри, чуть ли не единственного представителя старшего поколения математиков во Франции, к которому участники Бурбаки относились довольно тепло [19]) о связи инвариантных интегралов в группах Ли с топологией этих многообразий.

Картан довольно часто обращался к Вейлю за советами о том, как компенсировать недостатки имеющегося учебника. И однажды Вейль ответил так [18]: «Почему бы нам не собраться вместе и не привести в порядок весь материал за

раз и для всех, и ты перестанешь мучить меня своими вопросами?». Вейль предлагал написать новый учебник по анализу, который бы устроил коллег.

## 1.2 Первые встречи (1934–1935): идея новой методологии

Ранняя история кружка Бурбаки довольно подробно исследована специалистом по этому вопросу из Университета Монреаля Лилиан Болё (Liliane Baulieu) (в частности, в её диссертации). Дальнейшее изложение в этом подразделе во многом опирается на её статью [11].

Первая встреча для обсуждения поставленной задачи произошла 10 декабря 1934 года в кафе Каполада (фамилия владельца) в Латинском квартале в Париже и положила начало целой серии, продолжавшейся вплоть до окончания учебного года 1934–35 все в том же кафе. Надо сказать, что Латинский квартал совершенно особый район Парижа, где находится несколько университетов, в том числе Сорбонский и Высшая нормальная школа, лаборатории и лицеи. Обстановка в многочисленных кафе располагает к длинным дискуссиям, среди посетителей множество студентов, профессоров, издателей и людей, работающих неподалеку. Это сильно разнится с обстановкой кафе таких районов, как Монпарнас, например, где предпочитает проводить своё время истеблишмент.

На первую встречу пришло шесть человек: Анри Картан, Клод Шевалле, Жан Дельсарт, Жан Дьёдонне, Рене де Поссель и Андре Вейль. Состав в течение года будет немного меняться, но люди, составившие костяк Бурбаки, здесь присутствовали. Вейль открыл встречу заявлением, которое определит перспективу обсуждения на долгое время: цель предпринятого предприятия «определить учебный план для курса дифференциального и интегрального исчисления путём коллективного написания трактата по анализу. Разумеется, этот трактат должен быть настолько современным, насколько возможно».

Жан Дельсарт попробовал обозначить объем предполагавшейся работы и время его исполнения: «около 1000 страниц... в течение 6 месяцев» [11]. Однако чем дальше шло обсуждение, тем яснее становилась недостижимость этих установок. Естественно, первым стал вопрос, с чего начинать. Картан сомневался, можно ли включать базовые факты из алгебры в трактат по анализу, и предложил предполагать наличие некоторого математического багажа у читателя, «*mathématiques générales*». На что получил решительный отпор: «мы должны начинать с чистого листа!».

Трактат, по мнению Дельсарта, должен был начинаться с *абстрактного и аксиоматического* описания некоторых базовых и необходимых понятий, таких как поле, операция, множество, группа — как в книге ван дер Вардена. Возвращаясь к темам предшественников «Начал математики» Бурбаки и связи с Немецкой школой, необходимо отметить то уважение, с которым относились участники к этому труду по алгебре (появившемуся, заметим справедливости ради, благодаря нескольким выдающимся математикам Германии помимо автора: Эмми Нётер и Эмилю Артину). Дьёдонне даёт такую оценку значения этого труда для «Начал»:

«это было чем-то вроде ещё не написанного труда Бурбаки».

В конце концов все согласились на создание вводной части, которую нарекли «абстрактным пакетом» (*paquet abstrait*). По общему убеждению, она должна была быть сведена к минимуму. Обсуждение непосредственно «аналитических» разделов, таких как дифференциальные уравнения, носило совершенно хаотический характер (что отлично соответствовало антуражу кафе). Были ясны лишь некоторые базовые вопросы, как, например, то, что интегрирование должно изначально рассматриваться с лебеговской точки зрения. В то время французские учебники по анализу разделялись в основном на две категории: в более старых излагался подход Коши, в более новых проводилась точка зрения Римана. Интеграл Лебега если и рассматривался, то довольно поверхностно.

Дельсарт обращал особое внимание коллег на важность *коллективной разработки*, которая не оставит никаких следов индивидуальностей авторов и обезопасит от возможных претензий по поводу интеллектуальной собственности. Так, за полвека до появления понятия «copyleft» в области электронной информации и коллективной разработки программного обеспечения по лицензиям, отвергающим понятие авторского права, аналогичные явления нашли свое место в кругу цвета французской математической молодёжи.

На первой встрече было решено, в каком издательстве опубликовать трактат. Издательство Gauthier-Villars во Франции выпускало большую часть академических изданий того времени, и в его редакционный совет входили многие уважаемые и, соответственно, консервативные математики. В то же время издательство Hermann стояло несколько в стороне от академического истеблишмента, его возглавлял достаточно экстравагантный персонаж Латинского квартала Энрике Фрейманн (*Henrique Freymann*). Выбор молодёжи был очевиден. У некоторых участников уже был опыт печати в Hermann, в серии «Actualités scientifiques et industrielles» (можно перевести как Последние достижения науки и техники). В [18] сказано также, что Фрейманн был другом Вейля. «Фрейманн и его „Actualités“ предоставили Каполадской группе ту свободу редакции, которую она искала».

Было придумано название для собравшихся: «Комитет по анализу».

Первое заявление Вейля и последовавшие встречи 1934–35 отражали честолюбие и смелость собравшихся. Дьёдонне говорит более определенно [5]: «Должен сказать, что сотрудники Бурбаки в то время были очень молоды. Они, без сомнения, никогда не начали бы эту работу, если бы не были так молоды и, в особенности, если бы они в то время не были так невежественны. При первом обсуждении проекта этого труда казалось, что все будет закончено года через три и что за это время будет составлен обзор по наиболее существенным разделам математики. Однако дальнейшие события и история решили по-иному...».

### 1.3 Итоги 30-х

Разумеется, встречи в кафе не могли обеспечить необходимую обстановку для начала работы. В 1935 был организован семинар в Высшей нормальной школе.

Произошло это только благодаря покровительству одного из самых молодых учителей участников, Гастона Юлии, имя которого и стал носить этот семинар [11] (до тех пор, пока в 1939 его не сменил имя Бурбаки). Темы семинара определялись раз в год и касались самых современных достижений в математике: группы и алгебры, гильбертовы пространства, топология, работы Эли Картана, алгебраические функции и исчисление вариаций. Это не было ни учебным семинаром, ни простым обзором научной литературы. Слушателям семинара предлагалось принять участие в работе над недавно появившимися теориями и разработками, а от докладчика требовалось собрать воедино информацию из разных источников. Очень важной являлась обстановка, при которой допускалась самая жесткая критика участников — это войдет в привычку Бурбаки.

Летом 1935 состоялся первый из ставших впоследствии регулярными съездов. Он проходил в местечке Besse-en-Chandesse в центральной Франции (три часа езды от Парижа [4]). Он ознаменовался появлением имени Никола Бурбаки. Стоит заметить, что съезды, в отличие от семинара, были закрытыми и держались в секрете. Это породило множество легенд относительно Бурбаки, которые так любят пересказывать в разных источниках [9], [6], [10]. Поскольку во многих случаях подтвердить или опровергнуть такие истории невозможно, сложно рассматривать их как историческое свидетельство. В случае с появлением самого имени, однако, никак нельзя уклониться от воспроизведения такого рода информации.

Существует, по меньшей мере, две любопытные версии появления имени. Первая связана с французским генералом Шарлем-Дени-Сотэ Бурбаки, который известен лишь тем, что в 46 лет ему предложили стать королём Греции (Евклид, «Начала!»), но он отказался, затем участвовал в Крымской кампании, где отличился своей бездарностью в военном деле и, в конце концов, после бегства из Франции в Швейцарию пытался застрелиться, но, по всей видимости, неудачно. Говорят, что генералу Бурбаки установлена статуя в городе Нанси на юге Франции, а с университетом этого города были связаны какое-то время некоторые члены группы. Однако в статье [9], например, автор утверждает, что никакой статуи Бурбаки в этом городе он не нашел.

Вторая версия связана с одной из легенд Высшей нормальной школы. Якобы в годы обучения Вейля младшекурсникам предлагалось посещать лекции некоего Бурбаки, человека с ужасным акцентом, лекции которого было очень сложно понять. На самом же деле это был актер с накладной бородой, который умело использовал математический жаргон для создания видимости научных рассуждений.

Наверное, наиболее правдоподобную версию появления имени Бурбаки приводит Клод Шевалле [15]: Вейль, будучи в Индии, руководил диссертацией одного своего студента, которая уже подходила к концу; им потребовался некоторый результат, в истинности которого Вейль был уверен, но никак не мог найти упоминание о нём где-либо в литературе. Тогда студент предложил сделать сноску в тексте диссертации и написать «Никола Бурбаки из Королевской академии Полдавии». На одном из первых заседаний, когда встал вопрос о подписи под предполагаемым



трактатом, Вейль вспомнил эту историю.

В 1938 было выбрано название трактата: «Éléments de mathématique». Помимо уже обсуждавшейся отсылки к Евклиду оно обладает ещё одной замечательной особенностью: слово «математика» во французском (как, впрочем, и в английском) имеет множественное число: mathématiques — на это указывает окончание s. Бурбаки решили продемонстрировать здесь свою «веру в единство математики» [12] и устранили форму множественного числа.

## 2 Жизнь и работа Никола Бурбаки: методологические принципы

### 2.1 Участники и результаты

Можно выделить четыре поколения «сотрудников Бурбаки» [19], [15]:

- 1) отцы-основатели, «Founders»: Анри Вейль, Жан Дельсарт, Жан Дьёдонне, Анри Картан, Клод Шевалле;
- 2) люди, приглашённые во время или сразу после Второй мировой войны, «Middles»: Роджер Годement, Жак Диксмье, Жан-Луи Косуль, Жан-Пьер Серр, Пьер Самюэль, Лоран Шварц, Самюэль Эйленберг;
- 3) молодое поколение, «Young ones»: Арман Борель, Александр Гротендик, Франсуа Брюха, Пьер Картье, Серж Ленг, Джон Тейт;
- 4) «Bourbakis of today»: ученики Гротендика и некоторые другие, Жан-Луи Вердье, Бернар Мальгранж, Мишель Демазур...

Членство в группе Бурбаки всегда было секретом, «открытым секретом» [15], но поскольку официальных отличительных черт участников не существовало, здесь оставалось место для некоторой неопределённости и приведённый выше список не претендует на полноту. Как уже говорилось, «конгрессы Бурбаки» были закрытыми, и лишь время от времени туда приглашали новых, молодых и талантливых математиков. Такое приглашение могло привести к принятию в члены группы, но этому, конечно, предшествовал некоторый испытательный период, Шевалле свидетельствует, что таких новичков называли «морскими свинками» (guinea pigs). За всё время существования группы, в неё не вошла ни одна женщина.

Все литературное наследство Никола Бурбаки разделено на две неравные части (partie). Первая стала преемницей «абстрактного пакета» и стала наиболее весомым (в прямом смысле) результатом многолетнего сотрудничества французских математиков. Она получила название «Основные структуры анализа» (Les Structures Fondamentales de l'Analyse) и была разделена на шесть книг (livre). Каждая книга делилась на главы (chapitre), которые чаще всего публиковались партиями по несколько глав по мере их доведения до нужной формы. Эти шесть книг имели следующие заголовки:

I	Теория множеств	Théorie des ensembles
II	Алгебра	Algèbre
III	Общая топология	Topologie générale
IV	Функции действительного переменного	Fonctions d'une variable réelle
V	Топологические векторные пространства	Espaces vectoriels topologiques
VI	Интегрирование	Intégration

Вторая часть должна была реализовывать собственно цель всего мероприятия: изложение современного анализа. В этой части (названия она не получила) вышло три книги

VII	Коммутативная алгебра	Algèbre commutative
VIII	Группы и алгебры Ли	Groupes et algèbres de Lie
IX	Спектральная теория	Théories spectrales

Кроме вышеперечисленного имелся в арсенале Бурбаки и такой жанр как *fascicule de résultats*, сводка результатов, под таким заголовком выходила книга Дифференцируемые и аналитические многообразия (*Variétés différentielles et analytiques*). Последняя публикация (не переиздание), согласно официальному сайту [13], вышла в 1998, это была десятая глава Коммутативной алгебры.

Стоит отметить, что книга по спектральной теории содержала всего две главы. Таким образом, ясно, что книги второй части не вполне соответствуют поставленным целям. Вот что говорит о композиции «Начал» Картье [19]: «Последние четыре книги [первой части] закладывали основания анализа, как считал Бурбаки, с четким акцентом на функциональный анализ. Вторая часть... состоит из двух чрезвычайно успешных серий по группам Ли и коммутативной алгебре. Оглядываясь назад на список участников Бурбаки второго и третьего поколений, понимаешь, что там находилось несколько лучших в мире экспертов на то время, и это обусловило широту и глубину второй части». Однако Борель не столь оптимистичен относительно судьбы второй части: «Пятидесятые были с виду временем грандиозного успеха Бурбаки. Однако, в противоположность этому, внутри себя он испытывал существенные затруднения, приближаясь к кризису». Чтобы разобраться в этом, рассмотрим сначала процесс работы над книгами.

## 2.2 Методология «сотрудников Бурбаки»

Как правило, проводилось три съезда Бурбаки в год: «неделя осенью, неделя весной и две недели летом» [19]. Работа велась довольно своеобразно. Общеизвестным является огромное количество предварительных версий и черновиков, которые изготавливались прежде чем получался текст, поступающий в печать. Первый вариант обычно составлял специалист [12] или просто доброволец [5]. Как только текст был готов, он выносился на суд очередного съезда (одновременно обсуждалась всегда единственная работа [12]), там он зачитывался вслух буквально построчно и каждый мог озвучивать свои замечания и претензии. Критика, как правило, была совершенно безжалостной и каждая глава обычно проходила шесть и более редакций [12]. Первый вариант чаще всего просто разрывался на куски и переделка могла быть поручена другому человеку.

После того, как один вариант отвергался и начиналась подготовка нового, не было никакой уверенности, что следование полученным замечаниям удовлетворит группу в следующий раз: менялись настроения, менялась и сама математика. Голосований о принятии той или иной редакции в печать не было: обсуждение и переработки велись до тех пор, пока каждый не соглашался с окончательным вари-

антом. Процесс казался просто бесконечным и заканчивался на восьмой, девятой итерации, когда «все уставали настолько, что появлялось единодушное желание отправить её [главу] в печать» [5]. Дьёдонне также оценивал среднюю продолжительность периода от появления первой версии главы на свет до её поступления в печать: от 8 до 12 лет.

Нужно оценить самоотдачу участников и веру в то дело, которым они занимались, несмотря на то что конечные цели могли быть весьма далеки. На подготовку черновиков уходили месяцы, при полном понимании того, что, вероятней всего, работа будет жестоко раскритикована, а если всё же от неё что-то останется и попадёт в окончательный текст, то никто и никогда не узнает о личном вкладе каждого.

Интересной особенностью, которую отмечает Шевалле в своём интервью [15] является то, что Бурбаки всегда мог изменить своё мнение по какому-то вопросу на прямо противоположное. Например, в самом начале большинство участников не хотели включать в трактат математическую логику, считая её попросту «неинтересной», хотя их взгляды относительно высокой степени строгости базировались, в частности, и на этой дисциплине. В конце концов, логика была включена в первую книгу по теории множеств.

Работа конгресса проходила в режиме трех встреч в день, семь–восемь часов общего времени работы. Опыт встреч в шумных кафе не прошёл даром: обычно во время зачитывания очередной главы дискуссия об услышанном развивалась стихийно, одновременно могли говорить несколько человек: «...эта „дискуссия“ превращалась в хаотичное шумное состязание...» [12], здесь же Борель вспоминает свои первые впечатления от этого действия, когда он посетил его впервые: «Посторонние, приглашённые в качестве зрителей встреч Бурбаки, всегда покидали его с впечатлением, что посетили встречу умалишённых».

Другая причина результатов, достигнутых Бурбаки, помимо их преданности делу и трудолюбия, — это фигура одного человека, которого они сами выделяют особо ([12], [19]), Жана Дьёдонне. Он был «секретарём» группы, занимался подготовкой материалов к печати. «На протяжении почти двадцати пяти лет он, как правило, начинал свой день (возможно, после примерно часа игры на фортепиано) с написания нескольких страниц для Бурбаки» [12]. «С его фантастической памятью он помнил почти каждое слово. Я помню, была такая шутка, вы могли сказать „Дьёдонне, а в чем заключался результат того-то и того-то“, и он подходил к книжной полке, доставал книгу и открывал её на нужной странице».

Стиль Бурбаки, который часто критиковался, вырос из отчасти именно из описанного процесса обсуждения. Он не был родным для кого-то из участников, не был стилем Дьёдонне как редактора. Возможно, лишь Клод Шевалле по-настоящему воспринимал его как родной, его формулировки и предложения порой были слишком аскетичными даже для Бурбаки. Борель приводит слова, сказанные Андре Вейлем по поводу одной из книг Шевалле, подготовленных им для Бурбаки: «сильно антигуманная книга...». В то же время именно такой не слишком дружелюбный, надличностный процесс создания текста обеспечивал удаления из него

всех лирических отступлений, авторских замечаний и нестрогих аналогий.

### 2.3 Кризис использовавшегося метода

Одним из самых важных для судьбы всего проекта следствий описанного стиля работы стало «требование интересоваться всем» [12]. «Если он [участник Бурбаки] неистовый алгебраист и заявляет: „я интересуюсь алгеброй и ничем больше“, — это его право, но он никогда не будет членом коллектива Бурбаки, потому что для этого надо быть в состоянии интересоваться всем одновременно» [5]. Само по себе это требование, по свидетельству многих участников, сыграло огромную роль в их личной биографии, оставило след на их работах, выходявших помимо Бурбаки: «что касается моего личного опыта, мне кажется, что если бы я не был вынужден заняться вопросами, которые я не представлял уже с первых слов, то я никогда не сделал бы четверти или десятой части тех математических работ, которые я сделал, потому что когда принимаешься писать о незнакомых вещах, то неизбежно возникают вопросы и, следовательно, пытаешься их решить (это характеризует математика), а это приводит к личным работам, не зависящим от Бурбаки, имеющим свою значимость, но в конечном счете порожденных Бурбаки» [5].

И здесь мы приходим к пониманию упомянутого выше кризиса: «традиционным требованием было то, что каждый должен интересоваться всем... это было сравнительно просто [для лучших математиков столетия], пока писались «Начала», состоявшие из базовых понятий математики. Однако сложнее было придерживаться этого принципа, приступая к более специальным вопросам, приближенным к переднему краю» [12]. Картье, который восхищался второй частью трактата, в другом месте говорит: «Во втором и третьем поколениях двумя основными сериями были коммутативная алгебра с одной стороны..., и группы Ли с другой... Серр был мастером в обоих направлениях; сперва он не был экспертом по группам Ли, но он стал им. Серр был настоящим лидером для второго поколения, как Вейль для первого, он был единственным человеком с действительно универсальным подходом к математике [вспомним *mathématique* без *s* на конце]... К четвертому поколению цель была менее очевидной... И наблюдался некоторый недостаток глобального понимания математики» [19].

Что касается «современного учебника по анализу», то, во-первых, здесь же, говоря о Вейле и Серре и двух сериях во второй части, Картье даёт однозначную оценку: «Ни один из этих двоих не был „аналитиком“. Конечно, содержание Бурбаки было намного больше связано с алгеброй, алгебраической геометрией, чем с анализом». Быть может, это стоит считать невольным ответом «поколению 1900-х», о котором упоминалось в предпосылках появления Бурбаки. Во-вторых, в этом же интервью Картье говорит: «Вы можете представлять себе первые книги Бурбаки как энциклопедию математики, содержащую всю необходимую информацию. Если вы сочтете их учебником, это беда» [19].

Метод, разработанный первым поколением ученых, основывавшийся на по-

нятии математической структуры как множества с системой аксиом для его элементов [3], был не достаточно универсальным. В результате этого за пределами рассмотрения остались некоторые области, которые вполне могли бы найти свое место в обзорном труде по математике, не будь он таким претенциозным, как «Начала математики».

Вот что говорит Картье [19]: «По большому счету, в трактате не освещен анализ за пределами оснований: нет ничего по уравнениям в частных производных, ничего по теории вероятностей. Также нет комбинаторики, ни слова об алгебраической топологии, ничего о конкретной геометрии. И Бурбаки никогда всерьез не воспринимал логику». Дьёдонне добавляет [5]: «Посмотрим теперь, что же исключено: теория кардинальных чисел, универсальная алгебра... большая часть теории групп (конечные группы), большая часть теории чисел... и, наконец, конечно, вся прикладная математика». Чрезвычайно важным представляется также замечание Картье [19] о том, что открытый во второй половине века формализм теории категорий является более гибким, а потому более перспективным, чем использованная Бурбаки «математическая структура». Кстати, мнение о том, что последнее было введено именно им, оспаривается одним из отцов теории категорий Сандерсом Маклейном [16].

## 2.4 Выход на пенсию

Бурбаки достиг возраста в 50 лет в середине восьмидесятых, когда его деятельность почти полностью растеряла интенсивность и задор былого времени, публикация новых глав практически остановилась. За всю историю «единственным... [в группе Бурбаки] правилом было отсутствие всяких правил, кроме отставки в 50 лет». Это правило не кажется удивительным, учитывая те настроения, из которых рождался Никола (см., в частности, цитированную при описании предпосылок фразу Дьёдонне, касающуюся пятидесятилетних математиков).

По всей видимости, самому Никола Бурбаки пришлось последовать упомянутому правилу и оставить активную деятельность после пятидесяти (эта красивая метафора принадлежит Картье). Ещё в конце шестидесятых появилось таинственное объявление о смерти знаменитого математика:

Семейства Канторов, Гильбертов, Нётеров; семейства Картанов, Шевалле, Дьёдонне, Вейлей; семейства Брюа, Диксмье, Самюэлей, Шварцев; семейства Картье, Гротендиков, Мальгранжей, Серров; семейства Демазюров, Дуади, Жиро, Вердые; семейства, фильтрующиеся вправо, семейства точных эпиморфизмов, мадемуазель Адель и мадемуазель Идель с прискорбием сообщают Вам о смерти мсьё Никола Бурбаки, их отца, брата, сына, внука, правнука и кузена соответственно, скончавшегося 11 ноября 1968 в годовщину Победы в Первой мировой войне в своём доме в Нанкаго. Кремация состоится в субботу, 23 ноября 1968 в 15 часов на «Кладбище случайных величин», станции метро Марков и

Гёдель. Сбор состоится перед баром «У прямых произведений» перекрёсток проективных резольвент, бывшая площадь Косуля. Согласно воле покойного месса состоится в соборе «Богоматери универсальных конструкций», месса будет проведена кардиналом Алефом 1 в присутствии представителей всех классов эквивалентностей и алгебраически замкнутых тел. За минутой молчания будут наблюдать ученики Высшей нормальной школы и классов Чженя. Поскольку Бог есть компактификация Александра для Вселенной — Евангелие от Гротендика, IV,22 [4]

Сосинский вспоминает, какое впечатление произвел этот некролог, когда он был зачитан на заседании Московского математического общества: «Я помню, как все смеялись, когда Юрий Иванович Манин зачитал его...» [9]. Это неудивительно, если принять во внимание такую оценку: «Влияние Бурбаки на мировую математику было огромным во Франции, большим в Бельгии, Швейцарии и Италии, довольно значительным в США, и менее значительным в Англии. В СССР к ним относились скорее скептически» [4].

### 3 Философские основы работ Никола Бурбаки

Когда упоминается имя Бурбаки, чаще всего делается отсылка к стилю его трактата («traité», именно так определён жанр «Начал»), который может быть описан несколькими словами [9, с. 6][8, с. 6]: абстрактность, формализация, систематичность, догматизм. Формализованный подход к математике как путь к упорядочению всего её богатого наследия стал особенно актуален в конце XIX века с появлением ряда парадоксов в самых её основаниях (например, парадокс Рассела о множестве  $M$  всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента: содержит ли  $M$  себя в качестве элемента?). Одним из основоположников формалистического подхода (и, таким образом, духовных отцов Бурбаки) является Давид Гильберт, воплотивший этот подход, в частности, в своей работе «Основания геометрии».

Преимущество такого подхода становится ясным, если вспомнить другую работу, взявшую аксиоматический метод за основу: «Начала» Евклида, к которым явно отсылает название трактата Бурбаки. О том, какую роль сыграла книга древнего грека в математике и почему это стало возможным, сказано немало; можно обратиться, например, к статье [7], которая, несмотря на своё название, посвящена в основном Бурбаки: «Отсутствие излишеств, стройность, четкость, доказательность и последовательность изложения стимулируют, организуют и дисциплинируют разум и мысль, раскрывая внутреннюю красоту и гармонию математики. Именно максимально обезличенный, лишенный примет времени стиль „Начал“ Евклида составляет их особую ценность, позволяя нам легко понять написанное спустя многие века». Упомянутые качества, по всей видимости, были одной из целей Бурбаки.

Сильные стороны трактата, такие как последовательное изложение обширного фундамента современной Бурбаки математики и строгий стиль, в своих крайних формах становятся его слабостями: большим количеством ссылок (правда, всегда только на предыдущий материал), изрядной сухостью. Максимально стройная последовательность изложения имеет также и чисто психологические трудности для читателя: «...полезность некоторых рассмотрений будет обнаружена читателем, лишь если он уже обладает весьма обширными знаниями или же если он будет иметь терпение отложить своё суждение до тех пор, когда ему представится случай убедиться в этой полезности» [2].

Другой, более объективный недостаток трактата, который признавался впоследствии самими авторами, — его неполнота относительно поставленной задачи. Сама задача декларировалась, в частности, в той же самой первой книге «Начал» [2]: «Принятый способ изложения является аксиоматическим и абстрактным; чаще всего происходит переход от общего к частному. Выбор такого метода вызван главной целью этого Трактата, состоящей в том, чтобы дать прочные основания всей современной математике в целом». Однако такие разделы, как, к примеру, уравнения в частных производных или теория чисел остались за пределами работы. Кроме того, если говорить об ориентации на наиболее полное использование аксиоматического метода, кажется странным полное игнорирование Бурбаки фун-



даментальных результатов Курта Гёделя о неполноте и неразрешимости [17]. Гёдель, как и Бурбаки, являлся наследником Гильберта, также, как и французский коллега, работавшим над воплощением знаменитой «программы Гильберта»: было бы, по меньшей мере интересно, услышать комментарий Бурбаки к этой работе.

Указанные слабости, а верней, их влияние на математику и её преподавание, неоднократно и жёстко критиковались [1]. Кажется более или мене очевидным, что время Бурбаки ушло и можно констатировать его «смерть» [9] или, по крайней мере, «выход на пенсию» [19]. Однако необходимо по достоинству оценить тот огромный вклад, который внес Бурбаки в математику [10]: «Один из самых влиятельных математиков XX века» — так охарактеризовал его другой замечательный математик П.Р. Халмош.

## Заключение: наследие Бурбаки

Математика за XX век сильно изменила своё лицо. Насколько повлияла на это деятельность Бурбаки? Во-многом его подход оказался несовершенным, не достаточно гибким, однако некоторые из принципов отразили тенденции века. Картан утверждает [14], что изначальный посыл к использованию аксиоматического метода привёл к отказу от традиционного деления математики на анализ, геометрию, теорию чисел и алгебру — на этом пути сильно помогло упоминавшееся понятие «математической структуры». И действительно, важнейшие вопросы математики, решавшиеся в XX веке редко являются «собственностью» какого-либо одного её раздела: это касается как целых направлений, таких как алгебраическая геометрия (в её изложении Гротендиком и его школой, то есть теория схем), математическая физика, так и более частных теорий, таких как К-теория, алгебры Ли и группы Ли. Трактат Бурбаки признаётся частью математиков хорошим справочником, который может быть использован квалифицированным математиком при уточнении каких-либо вопросов, необходимых для занятия современными дисциплинами, требующими более универсальной, чем когда-либо, подготовки.

Менее очевидным является роль Бурбаки в упорядочении терминологии: конечно, эта роль не была решающей, но её стоит признать значительной. По описанию Картана, в начале века в вопросах терминологии царила изрядная доля хаоса. Это касалось как французской математической литературы, так и мировой. К примеру, путались понятия шара и сферы, покрытия и накрытия топологического (во французском вообще существовало одно слово и Бурбаки пришлось придумать второе); наконец, Бурбаки, вероятно, первым решил заменить название бикompактного пространства, использовавшееся в классических книгах по топологии Фреше, Александрова и Хопфа, на «компактное пространство», которое является сегодня общепринятым.

Можно задуматься и над влиянием группы Бурбаки на самих её участников: ведь в их число входили выдающиеся математики XX века, которые внесли в науку вполне ощутимый индивидуальный вклад. Помимо своих научных достижений, они оставили в наследство блестящие учебники и монографии: Анри Картан — «Дифференциальное исчисление. Дифференциальные формы», «Элементарная теория аналитических функций одного и нескольких комплексных переменных», Жан-Пьера Серр — «Курс арифметики», «Алгебры Ли и группы Ли», Клод Шевалле — «Введение в теорию алгебраических функций от одной переменной», «Теория групп Ли» в трёх томах, Майкл Атья — «Лекции по К-теории», «Введение в коммутативную алгебру». Вряд ли эти труды приняли бы свою нынешнюю форму без участия их авторов в наиболее амбициозном математическом проекте века.

Сложно оценивать, насколько благотворным или губительным оказалось влияние Бурбаки на математику двадцатого века: для этого, наверняка, нужно понимать эту науку весьма глубоко. Не вынося каких-либо оценочных суждений, хочется зафиксировать лишь то, что сам факт влияния не вызывает сомнений, похоже, ни у кого. В противоположность мнению об отношении к Бурбаки в нашей

стране, приведённому в предыдущем разделе, процитируем в конце высказывание одного из выдающихся русских математиков Алексея Андреевича Ляпунова:

Можно сказать, не боясь преувеличений, что Бурбаки представляет собой наиболее значительное явление в современной математике. Деятельность этого коллектива принесла чрезвычайно существенные плоды в таких разнообразных областях математики, как топология, топологическая алгебра, алгебраическая геометрия, теория функций многих комплексных переменных, теория алгебраических чисел, функциональный анализ. Наконец, та система математики, которую разрабатывают Бурбаки и их приверженцы, находит всё большее число сторонников среди математиков всего мира и оказывает всё большее влияние на современную науку [8].

## Список литературы

- [1] Арнольд В.И. Математическая дуэль вокруг Бурбаки // Вестник РАН, 2002, т. 72, № 3. С. 245-250.
- [2] Бурбаки Н. Начала математики, часть первая Основные структуры анализа, книга первая Теория множеств. — М.: Мир, 1965.
- [3] Бурбаки Н. Архитектура математики // Мат. просвещение, 1960, вып. 5. С. 99–112.
- [4] Википедия, свободная энциклопедия. <http://wikipedia.org>
- [5] Дьёдонне Ж. О деятельности Бурбаки. // Успехи мат. наук. 1973, т. 28, вып. 3. С. 205–216.
- [6] Замков А. Николай Бурбаки — математический феномен XX века // Техника — молодёжи, 1966, № 4. С. 16–17.
- [7] Кутателадзе С.С. Апология Евклида // Владикавказский мат. журнал, 2006, т 8, вып. 2. С. 61–63.
- [8] Ляпунов А.А. О фундаменте и стиле современной математики (По поводу статьи Н. Бурбаки) // Мат. просвещение, 1960, вып. 5. С. 113–116.
- [9] Сосинский А.Б. Умер ли Никола Бурбаки? // Мат. Просвещение, 1998, № 2. С. 4–12.
- [10] Халмош П.Р. Николай Бурбаки // Мат. просвещение, 1960, вып. 5. С. 229–240.
- [11] Baulieu L. A Parisian cafe and ten proto-Bourbaki meetings // The Mathematical Intelligencer, 1993, Vol. 15, No. 1. P. 27–35.
- [12] Borel A. Twenty five years with Nicolas Bourbaki (1949–1973) // Notices of AMS, 1998, № 3. P. 373–380.
- [13] <http://www.bourbaki.ens.fr/>
- [14] Cartan H. Nicolas Bourbaki and contemporary mathematics // The Mathematical Intelligencer, 1979–80, Vol. 2, No. 4. P. 175–180.
- [15] Guedj D. Nicholas Bourbaki, Collective Mathematician: an interview with Claude Chevalley, translated by Jeremy Gray // The Mathematical Intelligencer, 1985, Vol. 7, No. 2. P. 18–22.
- [16] Letter to the editor by S. MacLane // The Mathematical Intelligencer, 1986, Vol. 8, No. 2. P. 5.

- [17] Mathias A. R. D. The Ignorance of Bourbaki // The Mathematical Intelligencer, 1992, Vol. 14, No. 3. P. 4–13.
- [18] McCleary J. Bourbaki and Algebraic Topology // Лекция, читанная в Университете Висконсина (Медисон, Висконсин, США) 10 декабря 2004.
- [19] Senechal M. The Continuing Silence of Bourbaki — An Interview with Pierre Cartier, June 18, 1997 // Mathematical Intelligencer, 1998, Vol. 20, No. 1, Winter. P. 22–28.